

缺货延迟条件下的服装库存成本管理

林剑叠, 阎玉秀*

(浙江理工大学 服装学院, 浙江 杭州 310018)

摘要:服装产品缺货是商家在服装销售过程中常见的库存问题之一,当产品缺货时,消费者一定程度上可以接受延迟满足。在传统经济订购批量模型的基础上,建立单个周期库存管理平均成本的数学模型,研究缺货情况下服装库存的最低库存管理成本和库存订货策略,对缺货影响因子及各个成本变量进行灵敏度测试。结果表明:缺货延迟影响需求量的程度及缺货量的数值会影响最低库存管理成本的大小;为了保证库存管理成本最低,零售商可根据库存持有成本、在缺货期间引起的销售机会损失成本及一次订货成本,对相应库存订货量及订货周期进行调整。通过灵敏度分析,商家可根据具体的缺货延迟条件制定不同的订货策略,表明该模型对商家的运营管理具有一定参考价值。

关键词: 缺货延迟;服装库存;补货策略;库存成本;灵敏度分析

中图分类号: F 407.86; F 274 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-1928(2020)02-0183-06

Clothing Inventory Cost Management under the Condition of Stock-Out Delay

LIN Jiandie, YAN Yuxiu*

(School of Fashion Design and Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Shortage of clothing products is one of the common inventory problems in the process of clothing sales. Based on the traditional EOQ model, a mathematical model of the average total cost of inventory management in a single cycle was established because consumers could accept the delay satisfaction of clothing when stock-out was happened. This paper studied the minimum inventory management cost and inventory ordering strategy of clothing inventory under the circumstance of shortage, and carried out sensitivity test on the factors of shortage and various cost variables. The results of the study are showed as follows: the extent of stock-out delay affecting the demand rate and the value of stock-out will affect the numerical values of the minimum inventory management cost. In order to ensure the lowest inventory management cost, the retailer can adjust the corresponding ordering quantity and order cycle according to changes of the inventory holding cost, the cost of loss of sales opportunities during the period of stock-out and the cost of a single order. By sensitivity analysis, the merchant can take different ordering strategies according to specific stock-out delay conditions, which indicates that this model has certain reference value for the operation management of merchants.

Key words: stock-out delay, clothing inventory, replenishment strategy, inventory cost, sensitivity analysis

库存管理(inventory management)是管理界永恒的话题,对库存管理的研究一直都是生产管理领域探索的前沿^[1],特别是1905年威尔逊·哈利斯

(HARRIS W)提出著名的经济订购批量(economic order quantity, EOQ)模型以后,现代存贮理论的发展有了重大突破。简单的EOQ模型是单品种、确定

收稿日期:2019-08-12; 修订日期:2020-01-20。

基金项目:校企科研合作项目(18190301-J)。

作者简介:林剑叠(1994—),男,硕士研究生。

*通信作者:阎玉秀(1963—),女,教授,硕士生导师。主要研究方向为服装智能制造与供应链管理。

Email: yanyuxiu777@163.com

型、多周期、需求独立的基本经济订货批量模型,主要用于解决库存订货决策问题^[2]。近年来,计算机科学的成熟发展也为库存管理中的仿真模型提供了计算基础,使模型大大贴合生产管理的实际需要。服装库存管理一直是 EOQ 模型的经典应用领域,众多学者引入需求服从随机分布的 EOQ 模型、需求时序函数的 EOQ 模型等^[3-5]。也有学者引入缺货延迟的库存管理模型,主要考虑生产过程中的延迟,提出持续生产情况下的库存决策模型,如张云丰等^[6-7]在二级供应链系统中进行改良品研究,分析了销售允许缺货与供应商愿意提供价格折扣的博弈库存模型。这些模型中变量较多,计算难度较大,不利于实际生产运用。由于消费者对服装产品有独特的偏好,可以接受一定的等待期,基于此,CHANG H J 等^[8]研究了易变质物品在考虑时变需求以及部分短缺量拖后时的 EOQ 问题;罗兵^[1]将时变需求和部分短缺量拖后时的 EOQ 模型在汽车配件库存问题中进行了一定程度的具体化,但无法针对具体零售环境指导商家采取相应的订货策略。

文中在文献[1,3-7]的基础上,针对服装产品缺货时消费者一定程度上可以接受延迟满足的消费特点,建立需求稳定的单个周期库存管理平均总成本的数学模型,分析缺货情况下服装库存的最低库存管理成本和库存订货策略,对缺货影响因子及各个成本变量进行灵敏度测试。依照测试结果,商家可根据具体的环境采取相应订货策略。该模型简单且易于理解,也贴合服装销售的实际特点,具有实用性,对研究缺货状态下的补货策略具有现实意义。

1 模型描述及假设

服装产品具有时尚性和季节性,零售商准备过多的库存,会使其库存成本和积压资金大幅增加,但如果库存不足就会导致缺货,所以研究服装销售过程中的缺货现象具有现实意义。另外消费者对自己喜欢的服装产品可以接受一定的等待期,等待期内零售商对销售策略及订货策略的适当调整,有助于避免零售商损失潜在的消费者,从而降低库存管理成本。

基于服装销售过程的缺货问题,提出缺货延迟条件下的 EOQ 库存模型,其基本特点为:订货提前期为零,当服装持有量降低到零时,不一定立即补充库存持有量,允许发生一定量的缺货;在产品缺货期间,部分消费者愿意等待这种缺货量的拖后,所以缺货期间的需求率比拥有现货期间的需求率

小。文中假定缺货量拖后率与拥有现货期间需求率的比值固定^[1],其库存量变化如图 1 所示。

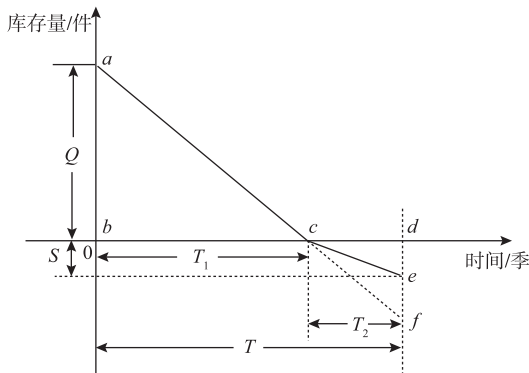


图 1 缺货延迟条件下的库存量变化

Fig.1 Change of inventory level under the condition of stock-out delay

假设服装产品供应间隔为 T , 现货期间需求率 R 恒定, 需求率 R 的销售阶段设为 T_1 ; 在缺货延迟情况下的需求率为 R' , 相应的销售阶段设为 T_2 , R' 的缺货影响因子为 α ; 周期开始时, 企业进行一次性进货, 数量为 Q ; 单件服装在统计周期内的储存费用 (即单位库存持有成本) 为 C_1 , 单件服装在统计周期的缺货成本 (即单位缺货成本) 为 C_2 , 单件服装在缺货期间引起的销售机会损失成本 (即缺货引起的单位销售机会损失成本) 为 C_3 , 一次订购服装成本 (即一次订货成本) 为 C_4 . $T = T_1 + T_2$, T_1 时间内, 期初库存量为 Q , 期末库存量为 0, 现货期间需求率为 R ; T_2 时间内, 期初库存量为 0, 期末库存量为 $-S$, 销售需求量为 R' . 由此, 需要研究: ① 服装企业在 T 周期内如何实现单位周期库存管理成本最低; ② 缺货延迟条件下, 各成本对最低库存成本管理决策的影响。

通常情况下, 缺货量直接影响服装销售需求率, 缺货量增大, 销售需求率减小, 但缺货量足够大时, 缺货量继续增大, 销售需求率减小的幅度下降。因此可设缺货延迟条件下销售需求率为

$$R' = e^{-\alpha} R \quad \alpha \geq 0 \quad (1)$$

将式(1)对 α 求导, 得到

$$\frac{\partial R'}{\partial \alpha} = -e^{-\alpha} R \quad (2)$$

式(2) < 0 , 表明随着缺货影响因子 α 增大, R' 减小。由 $e^{-\alpha}$ ($\alpha \geq 0$) 的图像可知, 此假设与服装零售商发生缺货时的销售情况相符合。

2 库存模型的建立与求解

根据文中的模型假设, 零售商在统计周期内库存管理的相关成本主要包括库存持有成本、缺货成本、在缺货期间引起的销售机会损失成本、一次订

货成本 4 部分。其中缺货成本指不能满足消费者需求所引起的损失,主要由两部分组成:①生产系统处理误期订单而支付的费用,如赶单时的加班费等;②误期交货对企业收入的影响,如罚款等^[9]。

文中借鉴文献[1]的处理方式,将库存持有量、缺货量、在缺货期间引起的销售机会损失量分别用图 1 中 $\triangle abc$, $\triangle cde$, $\triangle cef$ 的面积表示,故统计周期内持有成本为 $QT_1C_1/2$,缺货成本为 $ST_2C_2/2$,在缺货期间引起的销售机会损失成本为 $(RT_2 - S)T_2C_3/2$,则平均库存总管理成本为

$$C(S,T) = \frac{1}{T} \left[\frac{Q}{2}T_1C_1 + \frac{S}{2}T_2C_2 + \frac{1}{2}(RT_2 - S)T_2C_3 + C_4 \right] \quad (3)$$

式中:

$$T_1 = Q/R; T_2 = S/R'。$$

进而根据式(1)整理求得

$$Q = RT - e^\alpha S \quad (4)$$

将式(1)、式(4)及 T_1, T_2 关系式代入式(3),得到关于 S 和 T 的总函数,即

$$C(S,T) = \frac{1}{T} \left[\frac{(RT - e^\alpha S)^2}{2R}C_1 + \frac{e^\alpha S^2}{2R}C_2 + (e^\alpha - 1)\frac{e^\alpha S^2}{2R}C_3 + C_4 \right] \quad (5)$$

式(5)为未知变量,为 S 和 T 的多元函数,对其求最小值,可构建关于 S 和 T 的海塞矩阵

$$H(C(S,T)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial S \partial T} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial T \partial S} & \frac{\partial^2 C}{\partial T^2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

若海塞矩阵为正定,则最低库存管理成本 $\min C(S, T)$ 存在^[10]。采用判定 $H(C(S, T))$ 的顺序主子式皆大于 0 的方法,证明 $H(C(S, T))$ 为正定矩阵,经计算

$$\frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{1}{T} \left[\frac{e^{2\alpha}}{R}C_1 + \frac{e^\alpha}{R}C_2 + (e^\alpha - 1)\frac{e^\alpha}{R}C_3 \right] > 0 \quad (7)$$
$$\frac{\partial^2 C}{\partial T \partial S} = \frac{\partial^2 C}{\partial S \partial T} = -\frac{e^\alpha S}{T^2 R} [e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3],$$
$$\frac{\partial^2 C}{\partial T^2} = \frac{1}{T^3} \left\{ \frac{e^\alpha S^2}{R} [e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3] + 2C_4 \right\},$$

因此

$$\frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \times \frac{\partial^2 C}{\partial T^2} - \left(\frac{\partial^2 C}{\partial T \partial S} \right)^2 = \frac{2C_4 e^\alpha}{T^4 R} [e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3] > 0 \quad (8)$$

式(7)、式(8)成立的条件是所有成本取值都为正且

$T > 0$, 这些条件可以在现实中得到满足,表明 $H(C(S, T))$ 的顺序主子式都大于 0,即海塞矩阵 $H(C(S, T))$ 是正定的,也即是 $\min C(S, T)$ 存在。设满足 $\min C(S, T)$ 的未知数分别为 S^*, T^* ,则令 $\partial C / \partial S = 0, \partial C / \partial T = 0$,联合求解,得到最佳缺货量

$$S^* = \frac{1}{e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3} \times \sqrt{\frac{2R[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3]C_1 C_4}{[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3] - e^\alpha C_1}} \quad (9)$$

最佳服装进货周期为

$$T^* = \sqrt{\frac{2[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3]C_4}{RC_1[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3] - e^\alpha RC_1^2}} \quad (10)$$

将式(9)、式(10)代入式(4),计算得最佳服装进货批量

$$Q^* = R \sqrt{\frac{2[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3]C_4}{RC_1[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3] - e^\alpha RC_1^2}} - \frac{e^\alpha}{e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3} \times \sqrt{\frac{2R[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3]C_1 C_4}{[e^\alpha C_1 + C_2 + (e^\alpha - 1)C_3] - e^\alpha C_1}} \quad (11)$$

此时

$$\min C(S, T) = \frac{1}{T^*} \left[\frac{(RT^2 - e^\alpha S^*)^2}{2R}C_1 + \frac{e^\alpha S^{*2}}{2R}C_2 + (e^\alpha - 1)\frac{e^\alpha S^{*2}}{2R}C_3 + C_4 \right] \quad (12)$$

3 实例数值仿真计算及分析

利用 Matlab R2017a 实现实例数值计算,对文中模型进一步讨论,并根据某服装零售商单品类数据对模型的主要参数进行灵敏度分析。

以 1 个季度为统计周期,进行零售商销售数据的相关参数取值仿真。取 $R = 2\,000$ 件, $C_1 = 1.2$ 元/件, $C_2 = 3$ 元/件, $C_3 = 8$ 元/件, $C_4 = 35$ 元/件,对 α 进行 0~1 的数值灵敏度分析。为了更加直观地表达各变量对最佳缺货量的影响,文中引入最佳缺货率,即在零售商运营现状下,库存管理成本最低时的缺货率。设最佳缺货率为 η ,且 $\eta = S^*/Q^*$,联合式(9)~式(12)求解,运算结果见表 1。由表 1 可以看出, S^*, T^*, Q^* 和 $\min C(S, T)$ 的数值范围相差比较大,借鉴文献[11]的处理方式,通过选定某个值,可计算出 S^*, T^*, Q^* 和 $\min C(S, T)$ 相对于该值的变化,使得所有数据保持在较小范围内,结果如图 2 所示。

表 1 α 对最佳库存管理成本变量的影响

Tab.1 α impact on variables of the optimal inventory management cost

α	S^*	T^*	Q^*	$\min C(S,T)$	$\eta/\%$
0.000 0	115.470 1	0.202 1	288.675 1	346.410 1	40.00
0.125 0	87.280 2	0.197 3	295.675 4	354.810 5	29.52
0.250 0	68.389 3	0.194 1	300.468 7	360.562 4	22.76
0.375 0	54.928 5	0.191 9	303.934 4	364.721 2	18.07
0.500 0	44.915 5	0.190 3	306.539 5	367.847 4	14.65
0.625 0	37.227 8	0.189 1	308.555 4	370.266 5	12.07
0.750 0	31.181 4	0.188 1	310.150 5	372.180 6	10.05
0.875 0	26.335 1	0.187 3	311.435 1	373.722 1	8.46
1.000 0	22.391 9	0.186 7	312.484 4	374.981 3	7.17

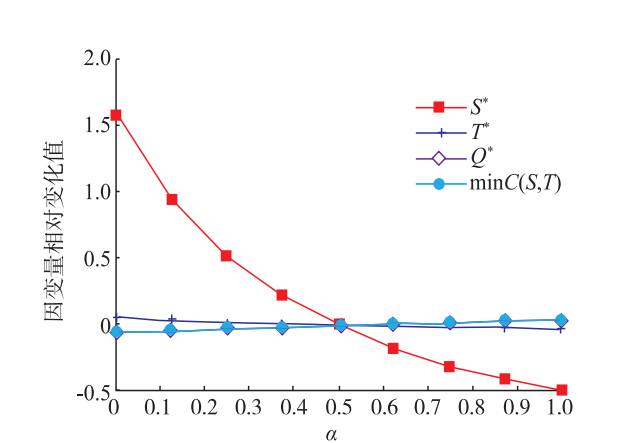


图 2 α 对最佳库存管理成本变量的相对变化影响

Fig.2 Relative changes of α in variables of the optimal inventory management cost

图 2 中,横坐标表示 α 的相对变化取值, α 在 0 ~ 1 的数值范围内以 0.125 的间距逐步递增,其中 $\alpha=0.5$ 为各数值的中位数;纵坐标表示 $S^*, Q^*, T^*, \min C(S,T)$ 等库存因变量指标相比 $\alpha=0.5$ 时的相对变化量,纵坐标为 0 指与 $\alpha=0.5$ 时的指标值相等。由表 1、图 2 数值变化可知,随着缺货的延迟, α 值递增, S^* 与 T^* 单调递减, S^* 减小幅度逐渐减小, Q^* 与 $\min C(S,T)$ 呈小幅度递增。由此可知,为保证库存管理成本最低,缺货延迟影响需求率的程度越大,缺货量越小;对应最低库存管理成本的缺货量下降,其最低库存管理成本小幅增加。

同样, $\alpha=0.750$ 时,分别对 C_1, C_2, C_3, C_4 进行数值灵敏度分析,结果见表 2 ~ 表 5。 $C_1 \sim C_4$ 对因变量相对变化的影响如图 3 ~ 图 6 所示。

表 2 C_1 对最佳库存管理成本变量的影响

Tab.2 C_1 impact on variables of the optimal inventory management cost

C_1	S^*	T^*	Q^*	$\min C(S,T)$	$\eta/\%$
0.40	19.158 1	0.306 1	571.676 6	228.670 6	3.35
1.20	31.181 4	0.188 1	310.150 5	372.180 6	10.05
2.00	38.088 6	0.154 0	227.312 6	454.625 1	16.76
2.80	42.877 5	0.136 8	182.780 5	511.785 5	23.46
3.60	46.465 7	0.126 2	154.059 6	554.614 6	30.16
4.40	49.280 3	0.119 0	133.684 0	588.209 6	36.86
5.20	51.558 2	0.113 7	118.345 9	615.398 9	43.57
6.00	53.445 1	0.109 7	106.320 0	637.920 2	50.27
6.80	55.036 5	0.106 6	96.605 2	656.915 1	56.97

表 3 C_2 对最佳库存管理成本变量的影响

Tab.3 C_2 impact on variables of the optimal inventory management cost

C_2	S^*	T^*	Q^*	$\min C(S,T)$	$\eta/\%$
1.50	35.221 7	0.190 4	306.311 5	367.573 8	11.50
3.00	31.181 4	0.188 1	310.150 5	372.180 6	10.05
4.50	27.975 6	0.186 2	313.234 0	375.880 8	8.93
6.00	25.369 5	0.184 7	315.765 4	378.918 5	8.03
7.50	23.208 6	0.183 5	317.881 0	381.457 2	7.30
9.00	21.387 7	0.182 5	319.675 5	383.610 6	6.69
10.50	19.832 3	0.181 6	321.217 0	385.460 4	6.17
12.00	18.488 1	0.180 8	322.555 5	387.066 6	5.73
13.50	17.314 8	0.180 2	323.728 7	388.474 4	5.35

表 4 C_3 对最佳库存管理成本变量的影响

Tab.4 C_3 impact on variables of the optimal inventory management cost

C_3	S^*	T^*	Q^*	$\min C(S, T)$	$\eta/\%$
4	47.410 0	0.197 7	295.048 4	354.058 0	16.07
8	31.181 4	0.188 1	310.150 5	372.180 6	10.05
12	23.250 9	0.183 5	317.839 5	381.407 4	7.32
16	18.541 7	0.180 9	322.502 0	387.002 4	5.75
20	15.420 6	0.179 1	325.632 1	390.758 5	4.74
24	13.199 6	0.177 9	327.878 9	393.454 6	4.03
28	11.538 2	0.177 0	329.570 1	395.484 1	3.50
32	10.248 5	0.176 3	330.889 2	397.067 1	3.10
36	9.218 2	0.175 7	331.946 9	398.336 3	2.78

表 5 C_4 对最佳库存管理成本变量的影响

Tab.5 C_4 impact on variables of the optimal inventory management cost

C_4	S^*	T^*	Q^*	$\min C(S, T)$	$\eta/\%$
15	20.413 0	0.123 1	203.041 2	243.649 4	10.05
35	31.181 4	0.188 1	310.150 5	372.180 6	10.05
55	39.087 9	0.235 8	388.794 3	466.553 1	10.05
75	45.644 8	0.275 3	454.013 9	544.816 6	10.05
95	51.371 6	0.309 9	510.975 8	613.170 9	10.05
115	56.521 0	0.340 9	562.195 6	674.634 7	10.05
135	61.239 0	0.369 4	609.123 5	730.948 2	10.05
155	65.618 6	0.395 8	652.686 1	783.223 3	10.05
175	69.723 6	0.420 6	693.517 6	832.221 2	10.05

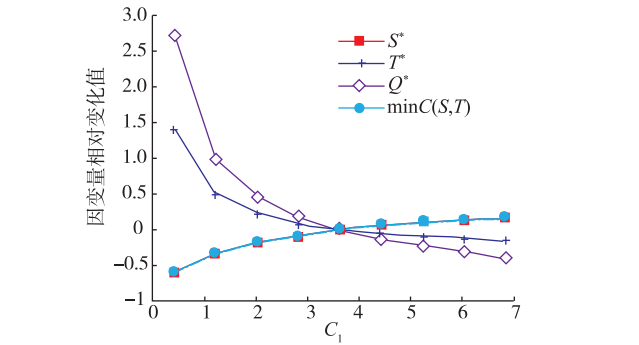


图 3 C_1 对最佳库存管理成本变量的相对变化影响

Fig.3 Relative changes of C_1 in variables of the optimal inventory management cost

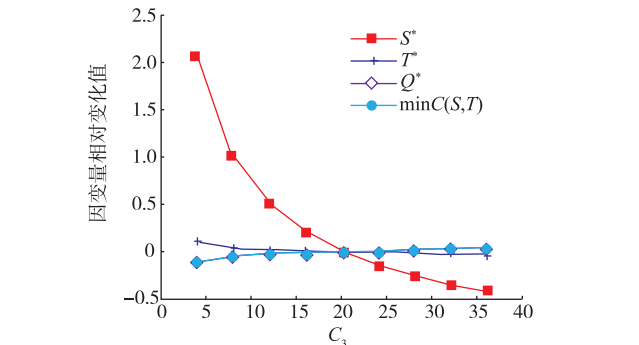


图 5 C_3 对最佳库存管理成本变量的相对变化影响

Fig.5 Relative changes of C_3 in variables of the optimal inventory management cost

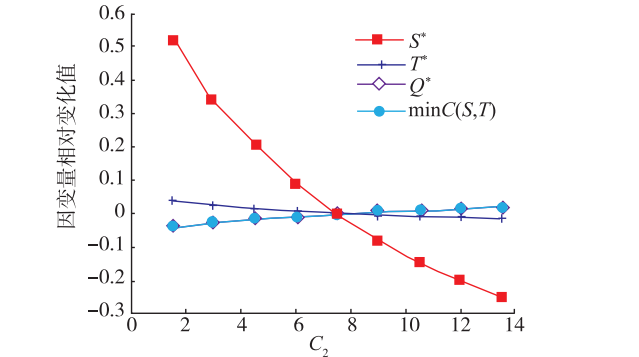


图 4 C_2 对最佳库存管理成本变量的相对变化影响

Fig.4 Relative changes of C_2 in variables of the optimal inventory management cost

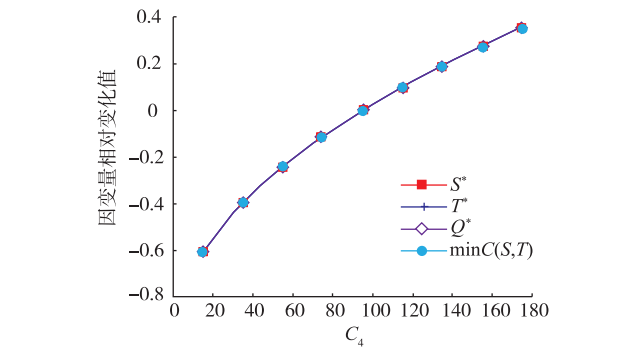


图 6 C_4 对最佳库存管理成本变量的相对变化影响

Fig.6 Relative changes of C_4 in variables of the optimal inventory management cost

由图3可知,当 C_1 递增时, T^* 、 Q^* 均递减, S^* 和 $\min C(S, T)$ 则递增。这表明库存持有成本增加时,零售商为了避免库存占用过多的资金,需小批量进货,同时缩短进货周期,以保持较低的库存管理成本。图4表明,当 C_2 递增时, S^* 、 T^* 单调递减, Q^* 和 $\min C(S, T)$ 略微增加,说明当生产过程中因为误期等意外造成的缺货成本增加时,为避免管理成本过高,零售商应采用小批量进货。由图5看出,当 C_3 增大时, S^* 递减,说明避免缺货是商家的最佳选择。由图6可知,当 C_4 递增时, S^* 、 Q^* 递减, T^* 和 $\min C(S, T)$ 递增,说明在订货成本过高时,保持缺货状态能维持较低的库存管理成本。

4 结 语

服装产品缺货时,消费者一定程度上可以接受延迟满足,针对此消费特点,在传统EOQ模型的基础上,建立单个周期中库存管理平均总成本的数学模型,研究缺货因素下服装库存的最低库存管理成本和库存订货策略,对缺货影响因子及各个成本变量进行灵敏度测试。研究表明:

1)为保证库存管理成本最低,缺货延迟影响需求率的程度越大,缺货量越小;对应最低库存管理成本的缺货量下降,最低库存管理成本小幅增加。

2)库存持有成本增大时,应小批量进货,同时缩短进货周期,以保持较低库存管理成本。

3)当生产过程中因误期等意外造成缺货成本增加时,商家应小批量进货。

4)订货成本过高时,可保持缺货状态,以降低库存管理成本。

商家可参照灵敏度分析的结果根据具体情况采取相应的订货策略,因此缺货延迟条件下的EOQ库存模型对商家的运营管理具有一定参考意义。

参考文献:

[1] 罗兵. 几类经济订购批量模型及其应用[D]. 重庆:重庆大学,2001.

[2] 钱颂迪. 运筹学[M]. 修订版. 北京:清华大学出版社,1990.

[3] 韩志颖. 基于库存价值改变和随机需求的经济订货批量模型[J]. 赤子,2017(5):138.

HAN Zhiying. Economic order quantity model based on inventory value change and random demand[J]. Spiritual Leaders,2017(5):138. (in Chinese)

[4] 俞武扬. 随机需求下贬值商品经济订货批量模型[J]. 杭州电子科技大学学报(社科版),2009,5(3):6-10.

YU Wuyang. Economic order quantity model for devaluated commodities under stochastic demands[J]. Journal of Hangzhou Dianzi University(Social Sciences), 2009,5(3):6-10. (in Chinese)

[5] 俞森. 基于离散时序差分网络的库存控制系统研究[D]. 上海:东华大学,2008.

[6] 张云丰,王勇,龚本刚,等. 考虑缺货与价格折扣的改良品供应链横向协调研究[J]. 计算机集成制造系统,2018,24(4):1007-1016.

ZHANG Yunfeng, WANG Yong, GONG Bengang, et al. Supply chain horizontal coordination for amelioration items considering allowed shortage and price discount[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(4):1007-1016. (in Chinese)

[7] 张云丰,王勇,孙海雷,等. 数量折扣激励下考虑缺货的改良品供应链协调[J]. 计算机集成制造系统,2016,22(3):813-821.

ZHANG Yunfeng, WANG Yong, SUN Hailei, et al. Supply chain coordination for ameliorating items considering shortages based on quantity discount incentive[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2016, 22(3):813-821. (in Chinese)

[8] CHANG H J, DYE C Y. An EOQ model for deteriorating items with time varying demand and partial backlogging[J]. The Journal of the Operational Research Society, 1999,50(11):1176-1182.

[9] 邱少英,李小申. 单独决策和统一决策情况下允许有残次品和缺货的供应链模型[J]. 黑龙江大学自然科学学报,2018,35(3):364-372.

QIU Shaoying, LI Xiaoshen. Decentralized and centralized supply chain models with imperfect products and back orders[J]. Journal of Natural Science of Heilongjiang University,2018,35(3):364-372. (in Chinese)

[10] 朱张兴. 多元函数极值的正定矩阵判定定理的推广[J]. 高等函授学报(自然科学版),2011,24(3):33-35.

ZHU Zhangxing. Generalization of positive definite matrix decision theorem for extremum of multivariate function[J]. Journal of Higher Correspondence Education(Natural Sciences),2011,24(3):33-35. (in Chinese)

[11] 陈啟,徐琪. 体验服务努力下时尚服装零售商库存与定价优化决策[J]. 管理学报,2018,15(10):1089-1097.

CHEN Qi, XU Qi. Optimal inventory and pricing decision of fashion apparel retailer considering experience service efforts[J]. Chinese Journal of Management, 2018, 15(10):1089-1097. (in Chinese) (责任编辑:沈天琦)